

Física – 12.º Ano

MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS

ADAPTADO DE SERWAY & JEWETT POR

MARÍLIA PERES
2013

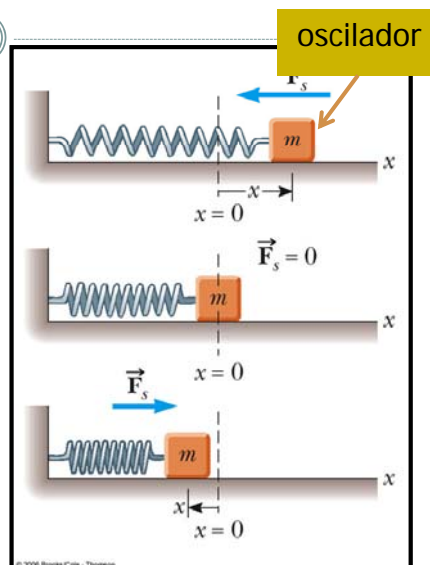
Movimento Periódico

2

- **Movimento periódico** é um movimento que um objecto repete com regularidade.
 - O objecto regressa à posição inicial depois de um intervalo de tempo.
- Um tipo especial de movimento periódico ocorre nos sistemas mecânicos quando a força que actua no objecto é proporcional à posição deste relativamente à posição de equilíbrio:
 - Movimento harmónico simples (MHS)

MOVIMENTO DE UM CORPO LIGADO A UMA MOLA

- Um bloco de massa m está ligado a uma mola, o bloco move-se sem atrito na superfície horizontal.
- Quando a mola não está pressionada, o bloco está na sua *posição de equilíbrio*.
 - $x = 0$



Marília Peres

Lei de Hooke

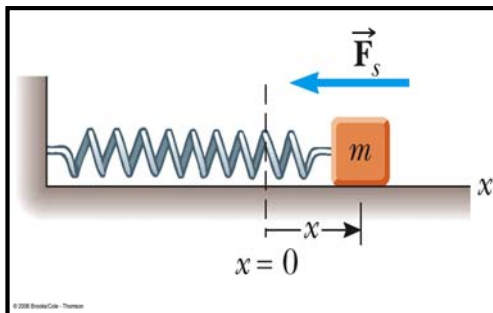
- Lei de Hooke $F_s = -k x$
 - F_s é a força restauradora
 - ✦ Tem sempre a direcção da posição de equilíbrio
 - ✦ Opõe-se sempre à alteração do equilíbrio
 - k é a constante de elasticidade
 - x é o deslocamento

Marília Peres

A FORÇA RESTAURADORA

5

- Se o bloco se desloca para a direita de $x = 0$
 - A posição é positiva
- A força de restauração é aplicada para a esquerda.

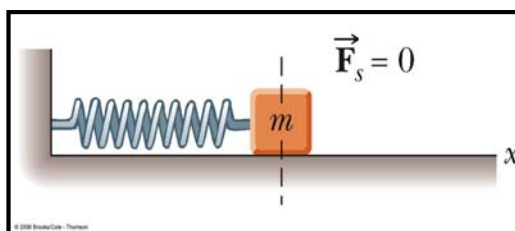


Marília Peres

A FORÇA RESTAURADORA, 2

6

- Se o bloco está na posição de equilíbrio $x = 0$
- A força é nula

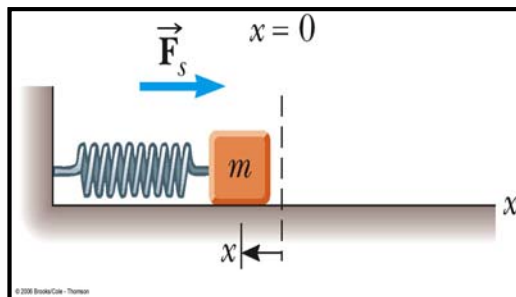


Marília Peres

A FORÇA RESTAURADORA, 3

7

- Se o bloco se desloca para a esquerda de $x = 0$
 - A posição é negativa
- A força restauradora é para a direita



Marília Peres

ACELERAÇÃO

8

- A força descrita pela lei de Hooke é a resultante, e pela segunda Lei de Newton:

$$\begin{aligned}\sum F &= F_s = ma \\ -kx &= ma \\ a &= -\frac{k}{m}x\end{aligned}$$

Marília Peres

ACELERAÇÃO, CONT.

9

- A aceleração é proporcional ao deslocamento do bloco.
- A direcção desta é oposta à direcção do deslocamento, desde o equilíbrio.

Marília Peres

ACELERAÇÃO, FINAL

10

- A aceleração não é constante:
 - Logo não se pode usar as expressões da cinemática
 - O bloco recupera a sua posição inicial: $-kA/m$
 - ✦ A sua velocidade é nula
 - Quando o bloco passa pela posição de equilíbrio, $a = 0$
 - ✦ A sua velocidade é máxima
 - Quando o bloco continua para $x = -A$, então a sua velocidade é $+kA/m$

Marília Peres

MHS

11

- O bloco continua a oscilar entre $-A$ e $+A$
 - São os pontos de viragem do movimento.
- A força é conservativa
- Com a ausência de atrito o movimento continuaria para sempre.
 - Sistemas reais estão normalmente sujeitos ao atrito. Logo, não oscilam para sempre!

Marília Peres

MHS – Representação Matemática

12

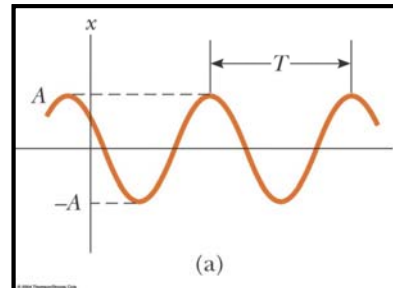
- Modelo em que o bloco é uma partícula
- Escolher o x como o eixo em que a oscilação ocorre.
- Aceleração $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$
- Sendo: $\omega^2 = \frac{k}{m}$
- Fica: $a = -\omega^2x$

Marília Peres

MHS – Representação Gráfica

13

- $x(t) = A \sin (\omega t + \phi)$
- A, ω, ϕ são constantes



- A é a amplitude do movimento
- ω é a frequência angular
 - Unid.: rad/s
- ϕ fase inicial do movimento (ângulo em radianos)

Marília Peres

Período

14

- O **período**, T , é o intervalo de tempo necessário para que a partícula descreva um ciclo completo.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Marília Peres

Frequência

15

- O inverso do período é chamado de **frequência** e representa o n^o de oscilações da partícula por unidade de tempo.
- Unid.: hertz (Hz)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Marília Peres

PERÍODO E FREQUÊNCIA

16

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Marília Peres

PERÍODO E FREQUÊNCIA

17

- A frequência e o período dependem unicamente da massa da partícula e da constante da mola.
- Não dependem de parâmetros do movimento.
- A frequência é tanto maior quanto maior for k , e *diminui com a massa da partícula.*

Marília Peres

EQUAÇÕES DO MHS

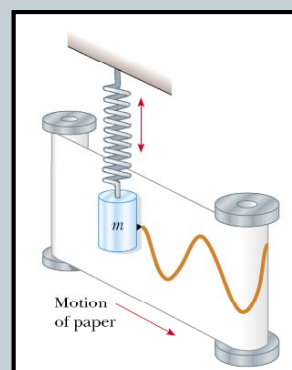
18

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

- Lembrar que o MHS não é uniformemente variado



Fonte: Serway e Jewett

Marília Peres

EQUAÇÕES DO MHS

19

Chapter 15 OSCILLATIONS AND SIMPLE HARMONIC MOTION
 Circular Motion and SHO

We just assumed that $\theta = 0$ at $t = 0$.

Fonte: http://www.wwnorton.com/college/physics/om/_tutorials/chap15/oscillations/index.htm

Marília Peres

EQUAÇÕES DO MHS

20

Movimento Harmónico Simples

O ponto vermelho, representa, a cada instante o desfasamento da posição em relação à posição de Equilíbrio

Exemplo 1:
Oscilação Linear

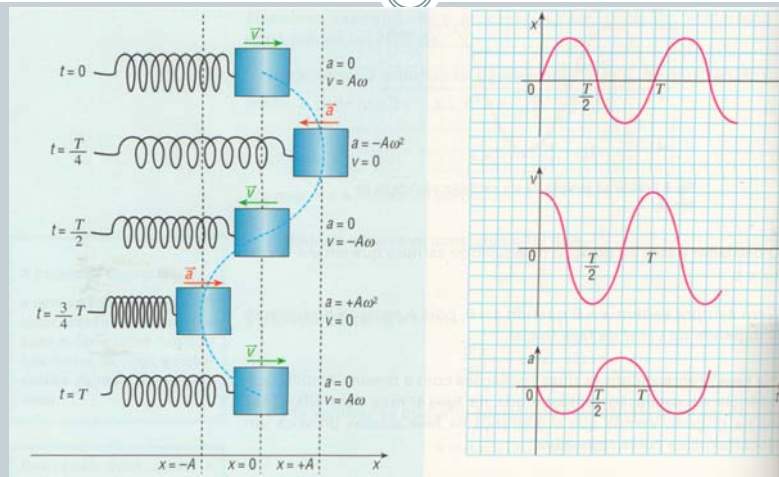
Exemplo 2:
Oscilação Angular

Copyright © 2002 David M. Harrison
 Tradução e Adaptação de M. Silva Pinto 2008

Marília Peres

EQUAÇÕES DO MHS

21



Fonte: Caldeira, H., Belo, A., Gomes, J. (2009), *Ontem e Hoje*, Porto: Porto Editora

Marília Peres

VALORES MÁXIMOS DE a e v

22

- Como o seno e o co-seno variam entre 1 e -1, no MHS temos:

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$

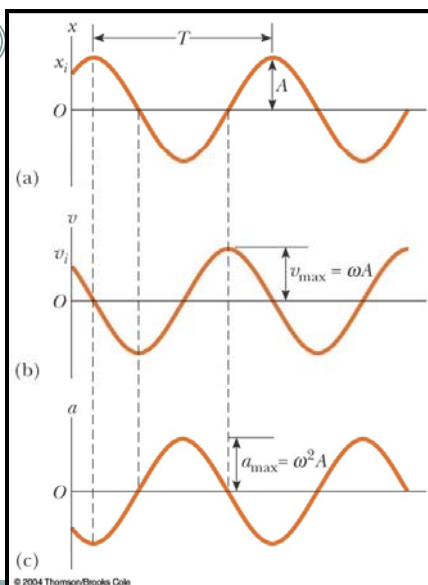
$$a_{\max} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A$$

Marília Peres

GRÁFICOS

23

- Os gráficos mostram:
 - (a) deslocamento em função do tempo
 - (b) velocidade em função do tempo
 - (c) aceleração em função do tempo
- A velocidade tem um desfasamento de 90° do deslocamento, e a aceleração de 180° .



Marília Peres

CONSIDERAÇÕES ENERGÉTICAS NO MHS

24

- Considerando que o sistema mola-bloco se estão a mover numa superfície sem atrito:
 - É um sistema isolado
- Significa que a energia total permanece constante.
- A energia cinética pode ser calculada por:
 - $E_c = 1/2 m v^2 = 1/2 m \omega^2 A^2 \cos^2 (\omega t + \phi)$
- A energia potencial elástica pode ser calculada por:
 - $E_{pe} = 1/2 k x^2 = 1/2 k A^2 \sin^2 (\omega t + \phi)$
- A energia mecânica pode ser calculada por:

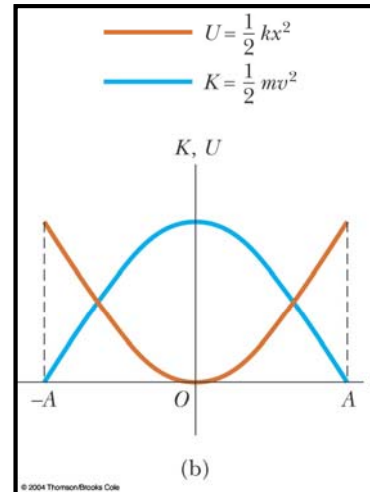
$$E_M = 1/2 k A^2$$

Marília Peres

CONSIDERAÇÕES ENERGÉTICAS NO MHS

25

- A energia mecânica permanece constante, pois a energia potencial “armazenada” na mola é transferida continuamente para o bloco.

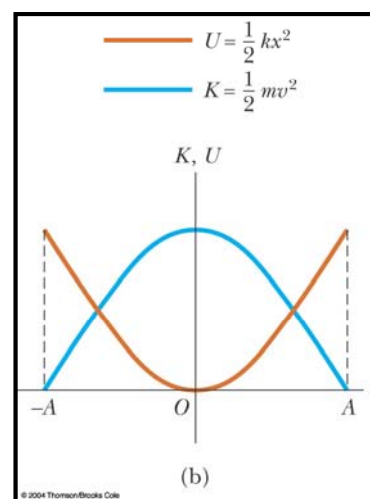


Marília Peres

CONSIDERAÇÕES ENERGÉTICAS NO MHS

26

- A energia mecânica permanece constante, pois a energia potencial “armazenada” na mola é transferida continuamente para o bloco.



Marília Peres

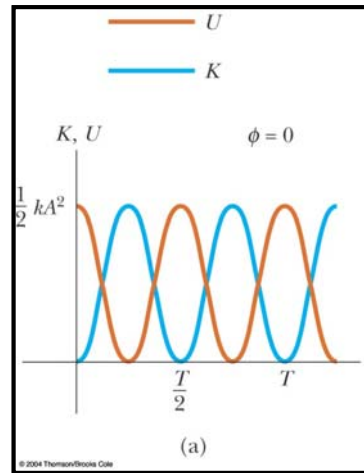
ENERGIA DE UM OSCILADOR, CONT

27

- A energia pode ser usada para calcular a velocidade do oscilador.

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m} (A^2 - x^2)}$$

$$= \pm \omega^2 \sqrt{A^2 - x^2}$$



Marília Peres

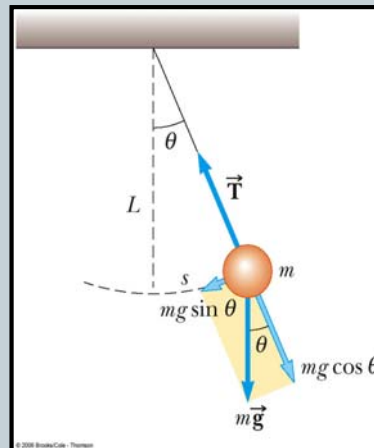
t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2} kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2} kA^2$

Marília Peres

PÊNULO GRAVÍTICO

29

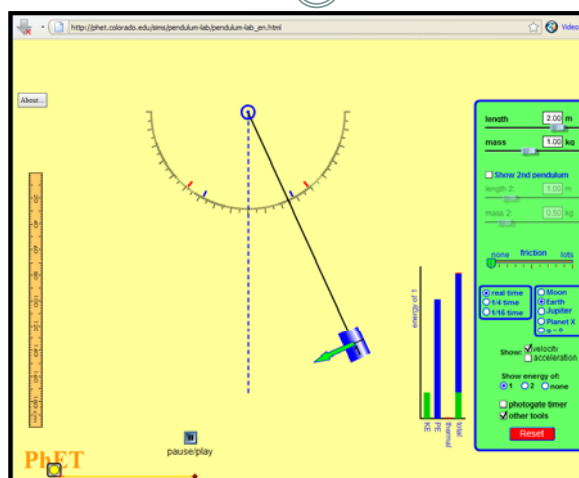
- O pêndulo possui um movimento periódico.
- O movimento acontece num mesmo plano vertical, e é devido à força gravítica.
- A força restauradora é $mg \sin \theta$



Marília Peres

PÊNULO GRAVÍTICO

30



Fonte: http://phet.colorado.edu/sims/pendulum-lab/pendulum-lab_en.html

Marília Peres

PÊNULO GRAVÍTICO

31

- Na direção tangencial,

$$F_t = ma_t \rightarrow -mg \sin \theta$$

$$F_t = -\frac{mg}{L} x = -kx$$

- Se o comprimento, L , do pêndulo for constante, e para pequenos valores de θ (até 15°).

$$\theta = \frac{s}{L} = \frac{x}{L}$$

$$\text{sendo: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ e } k = \frac{mg}{L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Marília Peres

PÊNULO GRAVÍTICO

32

- O período e a frequência do pêndulo gravítico dependem unicamente do comprimento e da aceleração da gravidade.
- O período é independente da massa.
- Pêndulos gravíticos com o mesmo comprimento e a mesma localização oscilam sempre com o mesmo período.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Marília Peres

PÊNULO GRAVÍTICO

33

- Para rever:



Lição de Física do MIT - Lei de Hooke e Movimento Harmônico Simples - Pêndulo de Walter H. G. Lewin

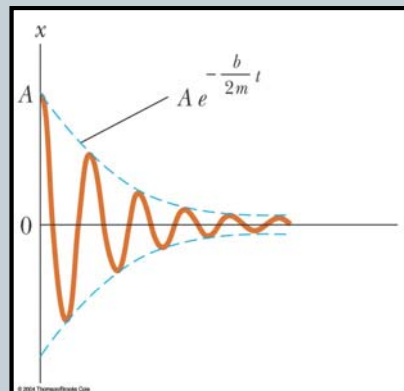
http://videolectures.net/mit801f99_lewin_lec10/

Marília Peres

OSCILAÇÕES AMORTECIDAS

34

- Nos muitos sistemas reais existem forças não conservativas que não se podem desprezar, como por exemplo a força de atrito.
- Nestes casos a energia mecânica do sistema vai diminuindo ao longo do tempo. Diz-se que a **oscilação é amortecida**.



Marília Peres

RESSONÂNCIA

35

Como partir uma ponte?

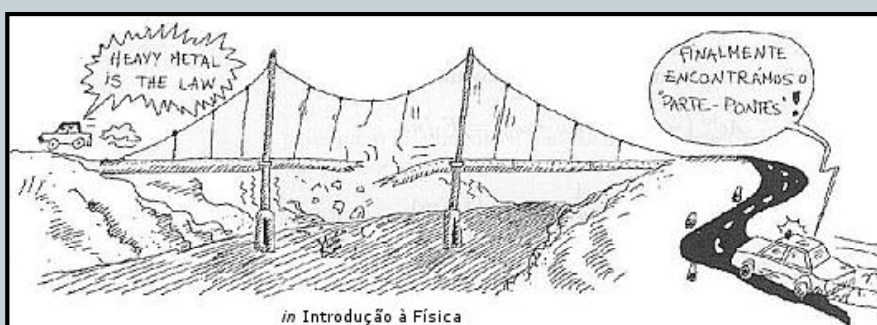
- Já pensaste que um grupo de soldados a marchar pode partir uma ponte sem qualquer esforço?
- Pois é... Apesar de não ser muito fácil basta que a frequência com que marcham seja aproximadamente igual à frequência de oscilação da ponte. Nesta situação a amplitude de oscilação será de tal modo elevada que a ponte pode mesmo partir, de acordo com o discutido anteriormente.
- Esta situação representa um tal perigo que a primeira coisa que se ensina a um soldado é que desacerte o passo à entrada de uma ponte.
- No estado de Washington, no dia 7 de Novembro de 1940, aproximadamente às 11 horas da manhã, uma ponte suspensa caiu na cidade de Tacoma devido a vibrações induzidas pelo vento. A ponte terá entrado em ressonância, sendo impossível resistir às oscilações surpreendentes que tu mesmo podes ver num vídeo no site <http://www.youtube.com/watch?v=dvRHK4yA8rc>

Marília Peres

RESSONÂNCIA

36

- Ah!! Já agora um conselho... Cuidado com a frequência da música que ouves....



Marília Peres

BIBLIOGRAFIA

37

Raymond A. Serway, John W. Jewett (2004). *Physics for Scientists and Engineers*, 6th Edition, Saunders Golden Sunburst Series.

Marília Peres